

Nome: _____

Matricola: _____ email: _____

ELEMENTI DI ECONOMETRIA

Esame del 17-02-2023) - Tempo: **2 h 30'**

1. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere, false o incerte dando una motivazione **esclusivamente** negli spazi appositi. La risposta “Non necessariamente” senza adeguata motivazione sarà considerata errata.

- (a) Siano x e y due vettori di ugual dimensione. Se $x'y > 0$ allora tutti i loro elementi devono essere positivi.

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

- (b) Se X e Y sono due variabili casuali indipendenti, $E(Y|X) = 0$.

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

- (c) Supponete che X_n sia una sequenza di variabili casuali iid con $E(X_n) = V(X_n) = 1$, e sia m la loro media aritmetica. Allora $\sqrt{n}(m - 1) \xrightarrow{d} N(0, 1)$

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

- (d) Supponete che X_n sia una sequenza di variabili casuali iid con $E(X_n) = V(X_n) = 1$, e sia m la loro media aritmetica. Allora $\sqrt{n}(\sqrt{m} - 1) \xrightarrow{d} N(0, 1/4)$

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

- (e) La normalità asintotica degli stimatori è una condizione essenziale perché i test di tipo Wald siano asintoticamente χ^2 .

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

2. Supponete che, per il modello $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$, le stime OLS siano le seguenti :

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \end{bmatrix} \quad \hat{V} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.1 \\ -0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \quad \hat{\sigma}^2 = 12$$

(a) Calcolate le matrici dei momenti:

$$y'y = \underline{\hspace{2cm}} \quad X'y = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad X'X = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

(b) Calcolate la somma dei quadrati dei residui: $SSR = \underline{\hspace{2cm}}$

(c) Identificate l'ampiezza campionaria: $n = \underline{\hspace{2cm}}$

(d) Sottoponete a test l'ipotesi $\beta_1 = 0$:

Tipo di test: Distribuzione: Statistica test:
 Decisione: ☐ Rifiuto ☐ Non rifiuto

(e) Sottoponete a test l'ipotesi $\beta_0 + \beta_1 = 1$:

Tipo di test: Distribuzione: Statistica test:
 Decisione: ☐ Rifiuto ☐ Non rifiuto

3. Considerate il modello seguente:

$$\begin{aligned} \widehat{\text{fr}} = & 25.6731 - 0.0210078 \cdot \text{educ} - 0.0517154 \cdot \text{age} - 4.09135 \cdot \text{lGDP} \\ & \quad \quad \quad (7.8311) \quad (0.0087235) \quad (0.0070691) \quad (1.5757) \\ & + 0.191599 \cdot \text{lGDP}^2 + 29 \text{ Dummy Paese} \\ & \quad \quad \quad (0.078294) \\ n = & 230 \quad R^2 = 0.8049 \quad SSR = 6.151061 \quad \hat{\sigma} = 0.17670 \\ & \text{White's test} = 75.065275, \quad p\text{-value} = 0.000096 \\ & \quad \quad \quad (\text{robust standard errors in parentheses}) \end{aligned}$$

La variabile **fr** è il tasso di fecondità (numero di nascite diviso per il numero di donne in età 15–44 e moltiplicato per 1000) per 230 regioni europee. Le statistiche descrittive di tutte le variabili sono conenute in tabella 1.

Tabella 1: Descriptive statistics (source: Eurostat)

Variable	Description	Mean	Median	Std. Err.	Min	Max
fr	tasso di fecondità	1.559	1.534	0.371	0.884	4.173
educ	percentuale di popolazione con istruzione universitaria	3.981	3.650	2.239	0.300	15.100
age	età media delle femmine	43.683	44.700	5.422	18.700	53.100
lGDP	log PIL pro capite	10.054	10.058	0.430	8.868	11.306

Rispondete alle domande seguenti:

- (a) Commentate il risultato del test di eterschedasticità:

- (b) Commentate segno e grandezza dei coefficienti delle variabili **educ** e **age**:

- (c) Commentate segno e grandezza dei coefficienti delle variabili **1GDP** and **1GDP²**:

- (d) Un test per l'ipotesi che i coefficienti di **1GDP** e **1GDP²** fossero entrambi 0 ha dato un p -value di 2.99637e-05. Commentate il significato di questo risultato:

- (e) Calcolate il livello di PIL pro capite che minimizza (*ceteris paribus*) il tasso di fecondità.

$$\text{gdp}_{\min} = \underline{\hspace{2cm}}$$