

Nome: _____

Matricola: _____ email: _____

ELEMENTI DI ECONOMETRIA

Esame del 19-01-2023) - Tempo: **2 h 30'**

1. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere, false o incerte dando una motivazione **esclusivamente** negli spazi appositi. La risposta “Non necessariamente” senza adeguata motivazione sarà considerata errata.

(a) Se A è una matrice $r \times c$ con $r > c$, allora il suo rango è al massimo uguale a r .

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

(b) Se X è una variabile casuale continua il cui supporto è l'intervallo $(0, 1)$, allora $E(X^{100})$ è un numero compreso fra 0 ed 1.

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

(c) Se il p -value di un test è negativo, allora l'ipotesi nulla va accettata.

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

(d) Immaginate che $E(y_i|x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i$ e che $V(y_i|x_i) = 3x_i^2$. In tal caso, stimando il modello

$$(y_i/x_i) = \gamma_0 + \gamma_1(1/x_i) + \varepsilon_i$$

è possibile ricavare stime consistenti di β_0 e β_1 .

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

(e) Il test di Hausman può essere calcolato come test di Wald.

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

2. Sia dato il seguente modello ADL(p, q):

$$y_t = 1.6y_{t-1} - 0.8y_{t-2} + x_{t-1} - x_{t-2}; \quad (1)$$

(a) Identificate p e q : $p =$ _____ $q =$ _____

(b) Calcolate il moltiplicatore di lungo periodo: $LRM =$ _____

(c) Calcolate i primi 4 moltiplicatori dinamici:

$\delta_0 =$ _____ $\delta_1 =$ _____ $\delta_2 =$ _____ $\delta_3 =$ _____

(d) Esiste almeno un valore di k tale per cui $\delta_k < 0$.

Vero ☐ Falso ☐ Non necessariamente ☐

3. Considerate la tabella 1: la variabile **em** contiene il dato relativo delle emissioni di CO2 nell'anno 2021 per 192 paesi (in logaritmo).¹ Le variabili **y** e **n**, invece, sono di fonte Banca Mondiale e contengono, rispettivamente, il logaritmo di PIL (in US\$) e popolazione per gli stessi paesi. Le variabili **empc** ed **ypc** sono valori pro-capite (per esempio, $ypc = y - n$).

Tabella 1: Statistiche descrittive per l'anno 2021

Variabile	Descrizione	Media	Mediana	SQM	Min	Max
em	log emissioni di CO2	2.512	2.442	2.538	-4.835	10.522
empc	log emissioni di CO2 (pro capite)	-13.062	-12.781	1.432	-17.421	-10.244
n	log popolazione	15.574	15.883	2.335	9.324	22.789
y	log PIL totale	24.391	24.287	2.464	17.960	32.201
ypc	log PIL (pro capite)	8.818	8.768	1.428	5.400	11.803

Su questi dati sono stati stimati due modelli (i numeri fra parentesi sotto i coefficienti sono gli errori standard):

$$\widehat{em}_i = -33.8513 + \frac{1.03307}{(1.6763)} n_i + \frac{3.81431}{(0.36783)} ypc_i - \frac{0.167447}{(0.020783)} ypc_i^2 \quad (2)$$

$$R^2 = 0.9365 \quad RSS = 78.089 \quad \hat{\sigma} = 0.64449$$

$$\widehat{empc}_i = -32.9658 + \frac{3.73999}{(1.5899)} ypc_i - \frac{0.163877}{(0.020751)} ypc_i^2 \quad (3)$$

$$R^2 = 0.7980 \quad RSS = 79.163 \quad \hat{\sigma} = 0.64719$$

Rispondete alle seguenti domande:

¹Fonte: <https://www.kaggle.com/datasets/thedevastator/global-fossil-co2-emissions-by-country-2002-2022>

- (a) Indicando i quattro coefficienti dell'equazione (2) con $\beta_0 \dots \beta_3$, dite quali ipotesi sui parametri rendono la (3) una versione vincolata della (2):

H_0 : _____

- (b) Calcolate un test per l'ipotesi di cui al punto precedente

Tipo di test: _____ Distribuzione: _____ Statistica test: _____
Decisione: ☐ Rifiuto ☐ Non rifiuto

- (c) Immaginate che il regno di Verduria abbia 10 milioni di abitanti e un PIL pro capite di 20000 \$. Usando il modello (2), calcolate il livello previsto di emissioni di CO2 per la Verduria.

$\widehat{em}_{\text{Verduria}} =$ _____

- (d) Calcolate l'elasticità delle emissioni pro capite rispetto al PIL pro capite per la Verduria usando il modello (3) .

elasticità = _____

- (e) Usando il modello che ritenete preferibile in base al test calcolato al punto (b), calcolate il livello di PIL pro capite che rende massime le emissioni pro capite.

$ypc_{\max} =$ _____